RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

Domáca úloha č.2 - Polynómy a algebrické rovnice

1.) Vypočítajte súčet, rozdiel, súčin a podiel polynómov $P(x)$ a $Q(x)$.[1]

$P(x) = x^3 + 6x^2 - 7x + 4$
$Q(x) = x^2 + 5x + 1$

$P(x) = x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 5x$
$Q(x) = x^2 + 7x + 2$

$P(x) = -2x^7 + 6x^5 + 3x^4 - x^3 + x + 2$
$Q(x) = x^4 - 2x^2 + x + 1$

2.) Vypočítajte podiel polynómov $\frac{P(x)}{Q(x)}$ pomocou *Hornerovej schémy.*

$P(x) = 3x^3 + 5x^2 + 5$
$Q(x) = x + 2$

$P(x) = -x^5 - 3x^4 + 4x + 9$
$Q(x) = x + 3$

$P(x) = 2x^6 - 8x^5 + 3x^4 - 16x^3 + 12x^2 + 21x - 20$
$Q(x) = x - 4$

3.) Vypočítajte funkčnú hodnotu polynómu $P(x)$ v bode $x = x_0$ použitím *Hornerovej schémy.*

$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 3$
$x_0 = -3$

$P(x) = 2x^6 + 5x^5 - 5x^4 + 15x^2 - 3$
$x_0 = -3$

$P(x) = -x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 4x - 3$
$x_0 = -2$

4.) Dané sú korene x_j polynómu $P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} a_j x^{n-j}$ s reálnymi koeficientmi $a_j \in \mathbb{R}$. Nájdite polynóm stupňa n, ktorému tieto korene vyhovujú.[2]

$x_1 = -3$
$x_2 = 1$
$x_3 = 5$
$n = 3$

[1] Pozor, v žiadnom z prípadov príkladu 1.) nie je možné na výpočet podielu použiť *Hornerovu schému*!

[2] Polynóm n-tého stupňa má vždy n koreňov. Komplexné korene polynómov s reálnymi koeficientmi existujú vždy v pároch. Ak $x_j = a + ib$ je koreňom takéhoto polynómu, potom existuje aj komplexne združený koreň $x_{j+1} = a - ib$.

RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

$x_1 = 1 + i$
$x_2 = i$
$x_3 = 1$
$n = 5$

$x_1 = 2 - 3i$
$x_2 = 4$
$x_3 = 5$
$n = 4$

5.) Vyriešte algebrické rovnice.[3]

$3x^3 + 7x^2 - 4 = 0$

$2x^3 + 19x^2 + 22x - 16 = 0$

$3x^4 - 5x^3 - 28x^2 - 4x + 16 = 0$

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$

$4x^4 - 13x^2 + 9 = 0$

[3]Nech množina K obsahuje všetky racionálne riešenia algebrickej rovnice $P_n(x) = 0$. Potom platí, že K $\subset \left\{ \frac{p}{q}, p \| a_n, q \| a_0 \right\}$ = L. Ďalej ak v množine L nájdeme jedno z riešení uvedenej algebrickej rovnice (označme ho x_0), potom môžeme polynóm $P_n(x)$ bezozvyšku vydeliť výrazom $x - x_0$ a rovnicu zjednodušiť rozkladom na súčin $P_n(x) = Q_{n-1}(x)(x - x_0) = 0$. Zvyšné riešenia zrejme nájdeme riešením rovnice $Q_{n-1}(x) = 0$.