RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

Domáca úloha č.3 - Lineárny vektorový priestor

1.) Nájdite súradnice vektora $\vec{v}$, ktorý vznikne lineárnou kombináciou vektorov $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ pri daných konštantách α, β a γ.[1]

$\vec{a} = (1, 3, 4), \vec{b} = (-1, 2, 0), \vec{c} = (1, -1, 2)$
$\alpha = 2, \beta = 3, \gamma = -2$

$\vec{a} = (1, 0, 2), \vec{b} = (-3, 2, -1), \vec{c} = (-1, -2, 3)$
$\alpha = -1, \beta = -3, \gamma = 4$

$\vec{a} = (1, 2, -2, 2), \vec{b} = (2, 3, 2, 4), \vec{c} = (-1, -2, 4, 1)$
$\alpha = 6, \beta = -4, \gamma = 2$

2.) Zistite, či vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ sú lineárne závislé, alebo nezávislé.[2]

$\vec{a} = (-3, -2, -1), \vec{b} = (-2, 0, -1), \vec{c} = (8, 4, 3)$

$\vec{a} = (2, 2, -3), \vec{b} = (-2, -5, 1), \vec{c} = (8, 11, -10)$

$\vec{a} = (0, -3, 0), \vec{b} = (-1, -2, -1), \vec{c} = (2, 10, 2)$

$\vec{a} = (0, 1, 3), \vec{b} = (-1, 4, 7), \vec{c} = (3, -11, -19)$

3.) Zistite, či dané vektory sú lineárne závislé, alebo nezávislé.

$\vec{a} = (1, 0, 1, 1), \vec{b} = (0, 1, 2, 3), \vec{c} = (1, 2, 3, 0)$

$\vec{a} = (4, 7, 1, 0), \vec{b} = (2, 3, -1, 2), \vec{c} = (1, 2, 1, -1)$

$\vec{a} = (1, 2, 1, 2), \vec{b} = (2, 1, 2, 1), \vec{c} = (1, 1, 1, 1), \vec{d} = (-2, 0, -1, -3)$

$\vec{a} = (1, -1, 1, 0), \vec{b} = (0, 1, 1, 0), \vec{c} = (-2, 2, 3, 1), \vec{d} = (3, -2, 2, -3)$

4.) Dokážte, že vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ tvoria bázu lineárneho priestoru $\mathbb{R}^3$. Nájdite súradnice vektora $\vec{v}$ v tejto báze.[3]

$\vec{a} = (1, 2, 3), \vec{b} = (1, 3, 4), \vec{c} = (1, 4, 1), \vec{v} = (1, -1, 0)$

$\vec{a} = (6, 5, 1), \vec{b} = (3, 6, 2), \vec{c} = (2, 3, 1), \vec{v} = (1, 3, 1)$

$\vec{a} = (7, 2, 1), \vec{b} = (7, 4, 2), \vec{c} = (7, 1, 0), \vec{v} = (0, 1, 0)$

---

[1] Lineárna kombinácia vektorov je pri uvedenej symbolike definovaná vzťahom $\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$.

[2] Vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ sú *lineárne závislé* ak existujú čísla α, β a γ, z ktorých aspoň jedno je rôzne od nuly a platí: $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = \vec{0}$. Ak jediná možnosť ako uvedenej rovnici vyhovieť je položiť $\alpha = \beta = \gamma = 0$, potom sú vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ *lineárne nezávislé*.

[3] Ak vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ a $\vec{c}$ môžme považovať za bázu $\mathbb{R}^3$, potom súradnice x, y, z vektora $\vec{v} =$ v tejto báze musia spĺňať rovnicu: $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{v}$.

RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

5.) Dokážte, že vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ a $\vec{d}$ tvoria bázu lineárneho priestoru $\mathbb{R}^4$. Nájdite súradnice vektora $\vec{v}$ v tejto báze.

$\vec{a} = (1, 1, 0, 0)$
$\vec{b} = (0, 1, 1, 0)$
$\vec{c} = (0, 0, 1, 1)$
$\vec{d} = (0, 0, 0, 1)$
$\vec{v} = (-1, 1, 3, 1)$

$\vec{a} = (1, 2, 2, 1)$
$\vec{b} = (1, 1, 1, 1)$
$\vec{c} = (1, 2, -2, 0)$
$\vec{d} = (-1, 0, 2, -2)$
$\vec{v} = (-2, 0, 10, -1)$

$\vec{a} = (2, 4, 2, -1)$
$\vec{b} = (-2, -2, -3, 2)$
$\vec{c} = (1, 3, 3, 1)$
$\vec{d} = (1, 2, 3, 1)$
$\vec{v} = (-5, -6, -8, 2)$