RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

Domáca úloha č.4 - Matice

1.) Dané sú matice $\mathbf{A}$ a $\mathbf{B}$. Vypočítajte $\mathbf{A}+\mathbf{B}$, $2\mathbf{A}-3\mathbf{B}$, $\mathbf{A}^T+\mathbf{B}^T$. [1]

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2.) Vypočítajte súčin matíc $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ a $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$.[2]

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3.) Overte platnosť distributívneho zákona, t.j. $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}+\mathbf{C})=\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}$.

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}=\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.) Overte platnosť asociatívneho zákona, t.j. $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\cdot\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\cdot\mathbf{C}$.

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},\ \mathbf{C}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

[1] Majme číslo $\alpha\in\mathbb{R}$ a matice $\mathbf{A}=(a_{ij})_{k\times l}$ a $\mathbf{B}=(b_{ij})_{m\times n}$. Potom $\alpha\mathbf{A}=(\alpha a_{ij})_{k\times l}$. Ak formát matíc $\mathbf{A}$ a $\mathbf{B}$ je rovnaký (t.j. $k=m$ a $l=n$), potom $\mathbf{A}\pm\mathbf{B}=(a_{ij}\pm b_{ij})_{k\times l}$. Transpozícia matice sa realizuje výmenou riadkov za stĺpce, t.j. $\mathbf{A}^T=(a_{ji})_{l\times k}$.

[2] Majme matice $\mathbf{A}=(a_{ij})_{k\times l}$ a $\mathbf{B}=(b_{ij})_{m\times n}$. Súčin matíc $\mathbf{C}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ vo všeobecnosti nie je komutatívny (t.j. $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\neq\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$) a dá sa vypočítať len ak platí podmienka $l=m$ (t.j. ak počet stĺpcov matice $\mathbf{A}$ je rovnaký ako počet riadkov matice $\mathbf{B}$). Vzniknutá matica zdedí počet riadkov po matici $\mathbf{A}$ a počet stĺpcov po matici $\mathbf{B}$. Elementy matice $\mathbf{C}=(c_{ij})_{k\times n}$ vypočítame: $c_{ij}=\sum_{q=1}^{l}a_{iq}b_{qj}$.

RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.) Rozložte maticu $\mathbf{A}$ na súčet symetrickej a antisymetrickej matice $\mathbf{A} = \mathbf{A}_s + \mathbf{A}_a$.[3]

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

[3]Štvorcovú maticu $\mathbf{A}_s = (m_{ij})_{k\times k}$ nazývame *symetrickou* ak platí: $m_{ij} = m_{ji}$. Štvorcovú maticu $\mathbf{A}_a = (n_{ij})_{k\times k}$ nazývame *antisymetrickou* ak platí: $n_{ij} = -n_{ji}$. Štvorcová matica $\mathbf{A}$ sa dá rozložiť na súčet symetrickej a antisymetrickej matice $\mathbf{A} = \mathbf{A}_s + \mathbf{A}_a$, pričom platí: $\mathbf{A}_s = \frac{1}{2}\left(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\right)$ a $\mathbf{A}_a = \frac{1}{2}\left(\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\right)$.