

## Domáca úloha č.7 - Systavy lineárnych rovníc

1.) Zistite či daná sústava má jediné riešenie<sup>1</sup>. Ak áno, nájdite ho pomocou *Cramerovho pravidla*.<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} 3x + 2y - 4z &= 8 \\ 2x + 4y - 5z &= 11 \\ 4x - 3y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 0 \\ 3x - 5y - 2z &= -3 \\ 7x - 3y + z &= 16 \end{aligned}$$

2.) Zistite či daná sústava má jediné riešenie. Ak áno, nájdite ho riešením maticovej rovnice  $\mathbf{A} \cdot \vec{x}^T = \vec{b}^T$  s využitím inverznej matice.<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} 5x - 6y + 4z &= 7 \\ 3x - 3y + 2z &= 5 \\ 4x - 5y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 2y &= -6 \\ y + z &= -1 \\ 3x + y + z &= -7 \end{aligned}$$

3.) Posúďte riešiteľnosť<sup>4</sup> sústavy rovníc  $\mathbf{A} \cdot \vec{x}^T = \vec{b}^T$ . Ak riešenie existuje, nájdite ho *Gaussovou eliminačnou metódou*.

$$\begin{aligned} 3x + y - z &= 1 \\ x - y + z &= 2 \\ 5x + 5y - 3z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 1 \\ 3x - 2y + z &= -2 \\ 7x + 3z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= -1 \\ 3x + y + z &= 2 \\ x + y + 5z &= -4 \\ 8x + 3y + 5z &= 3 \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Ak matica sústavy  $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$  je regulárna, potom sústava má jediné riešenie.

<sup>2</sup> Cramerovo pravidlo:  $x = \frac{|\mathbf{A}_1|}{|\mathbf{A}|}$ ,  $y = \frac{|\mathbf{A}_2|}{|\mathbf{A}|}$ ,  $z = \frac{|\mathbf{A}_3|}{|\mathbf{A}|}$ .

<sup>3</sup> Ak matica  $\mathbf{A}$  je regulárna, potom platí:  $\vec{x}^T = \mathbf{A}^{-1} \cdot \vec{b}^T$

<sup>4</sup> Frobéniova veta: ak  $h(\mathbf{A}|\vec{b}^T) = h(\mathbf{A})$ , potom riešenie existuje. Sústava má jedno riešenie ak  $h(\mathbf{A}) = n$  (kde  $n$  je počet neznámych). Ak  $h(\mathbf{A}) < n$ , sústava má nekonečne veľa riešení a budeme zavádzať  $\nu = n - h(\mathbf{A})$  voľných parametrov.

4.) Posúďte riešiteľnosť sústavy rovníc. Ak riešenie existuje, nájdite ho ľubovoľným možným spôsobom.

$$\begin{array}{rcl} x & +y & -z = 2 \\ 2x & -y & -z = 3 \\ 3x & & -2z = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3w & -5x & +2y & +4z = 2 \\ 7w & -4x & +y & +3z = 5 \\ 5w & +7x & -4y & -6z = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & +y & +3z = 1 \\ 2x & +y & -2z = 1 \\ x & +y & +z = 3 \\ x & +2y & -3z = 1 \end{array}$$

5.) Riešte homogénnu sústavu rovníc<sup>5</sup>.

$$\begin{array}{rcl} x & -y & = 0 \\ x & +y & -z = 0 \\ & 2y & -z = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2x & +y & -4z = 0 \\ 6x & +5y & -8z = 0 \\ 4x & -5y & -6z = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & +y & +z = 0 \\ x & -y & +z = 0 \\ x & & +z = 0 \end{array}$$

---

<sup>5</sup>Homogénnu sústavu rovníc má vždy aspoň jedno riešenie  $x = y = z = 0$  (tzv. triviálne riešenie, táto situácia nastáva ak  $h(\mathbf{A}) = n$ ).