

Domáca úloha č.8 - Vlastné čísla a vlastné vektory1.) Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory matice $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{2 \times 2}$.¹

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.) Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory matice $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{3 \times 3}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

3.) Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory matice $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{3 \times 3}$.²

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

4.) Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory matice $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{3 \times 3}$.³

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

¹Riešenie má dve fázy. Najprv nájdeme korene algebrickej rovnice $|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}| = 0$, t.j. vlastné čísla $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. Potom nájdeme ku každému vlastnému číslu zodpovedajúci vlastný vektor z homogénnej sústavy rovníc: $(\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{E}) \cdot \vec{v}_i^T = \vec{0}^T$.

²Riešenia príkladu 3 obsahujú aj komplexné čísla.

³Niektoré vlastné čísla sú násobné.