

Domáca úloha č.12 - Derivácia funkcie

Vypočítajte prvú deriváciu funkcie $f(x)$.¹

1. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7x - 2,$
2. $f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{3}{\sqrt[5]{x^3}},$
3. $f(x) = e^x(\sin x - \cos x),$
4. $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}.$

Vypočítajte prvú deriváciu zloženej funkcie $f(g(x))$.²

5. $f(x) = (x^3 - 2)^5,$
6. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + 2,$
7. $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2},$
8. $f(x) = \sin(\sin(\sin(x))),$
9. $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}),$
10. $f(x) = \ln \frac{e^x}{x^2+1},$
11. $f(x) = x^x.$ ³

Vypočítajte druhú deriváciu funkcie $f(x)$.⁴

12. $f(x) = \frac{1+x}{1-x},$
13. $f(x) = e^{-x^2},$
14. $f(x) = xe^{\frac{1}{x}},$
15. $f(x) = x(\ln x - 1).$

¹Derivácie elementárnych funkcií, ktoré by ste mohli pri výpočte potrebovať:

f	f'
c	0
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctg x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Vety o deriváciach:

$$[cf]' = cf'$$

$$[f \pm g]' = f' \pm g'$$

$$[fg]' = f'g + fg'$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

²Použite vety o derivácii zloženej funkcie $[f(g(x))]' = \frac{df}{dg}g'$.

³Pri derivovaní x^x sa využíva finta: $x^x = [e^{\ln x}]^x = e^{x \ln x}$

⁴Derivácie vyšších stupňov sú definované induktívne. To znamená, že $f'' = (f')'$, resp. $f^{\{n\}} = (f^{\{n-1\}})'$.