RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

Domáca úloha č.13 - Aplikácie diferenciálneho počtu

L'Hospitalovo pravidlo

1. Pomocou L'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity typu $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, kde $a \in \mathrm{R}$ je koreňom polynómu P_n aj Q_m, t.j. limita vedie na neurčitý výraz typu $\frac{0}{0}$.[1]

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3-3x-2}{x^5-5x-4}$$

2. Pomocou L'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity typu $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, t.j. limita vedie na neurčitý výraz typu $\frac{\infty}{\infty}$.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+x^2+x+8}{x^4+2x+4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^5+4x^4+x^2-2}{x^6+\sin x-4}$$

3. Pomocou L'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity s odmocninami.

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$$

$$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$$

4. Pomocou L'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity s goniometrickými funkciami.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{1-\cos 2x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3}$$

[1] L'Hospitalovo pravidlo môžeme použiť pre limity typu $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$, kde $a \in \overline{\mathbb{R}}$, ktoré vedú na neurčité výrazy typu $\frac{0}{0}$, alebo $\frac{\infty}{\infty}$. Nutnou podmienkou je existencia derivácií f' a g'. Ak sú všetky uvedené predpoklady splnené, potom podľa L'Hospitalovho pravidla platí: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

RNDr. Ján ŠIMON, PhD.
e-mail: jan.simon@fstroj.uniza.sk
konzultácie: AD-107, KAM, SjF, ŽU

5. Pomocou L'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity s logaritmickými a exponenciálnymi funkciami.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{\ln x + 2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}$$