

Domáca úloha č.15 - Neurčitý integrál funkcie

Vypočítajte nasledovné neurčité integrály.¹

$$1. \int \left(3 \sin x - 2x^5 + 5 + \frac{4}{1+x^2} \right) dx,$$

$$2. \int \frac{x^2}{1+x^2} dx.$$

Vypočítajte neurčité integrály metódou substitúcie.²

$$3. \int \frac{1}{2+3x^2} dx,$$

$$4. \int \frac{1}{x^2 - x + 2} dx,$$

$$5. \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

$$6. \int \sin^5 x \cos x dx.$$

¹Neurčitý integrál je presný opak derivácie. Preto ak funkcia $F(x)$ je neurčitým integrálom (alebo aj primitívnou funkciou) funkcie $f(x)$, potom musí platiť: $F'(x) = f(x)$.
Tabuľka neurčitých integrálov elementárnych funkcií, ktoré by ste mohli pri výpočte potrebovať:

f	$\int f dx$
x^n	$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $
e^x	e^x
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\arccos x$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x$

Vety o integráloch:

$$\int c f dx = c \int f dx$$

$$\int (f \pm g) dx = \int f dx \pm \int g dx$$

²Metóda substitúcie vychádza z nasledovného princípu:

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \left\{ \begin{array}{l} g(x) = t \\ g'(x)dx = dt \end{array} \right\} = \int f(t)dt.$$

Vypočítajte neurčité integrály metódou *per-partes*.³

7. $\int x e^x dx,$

8. $\int e^x \sin x dx,$

9. $\int \ln x dx,$

10. $\int \operatorname{arctg} x dx.$

³Formulka *per-partes* sa využíva zvyčajne vtedy, keď je integrand v tvare súčinu. Platí:
 $\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx.$