

Domáca úloha č.11

Lineárna diferenciálna rovnica 1.stupňa

Diagnostikujte zadanú DR. Ak sa jedná o lineárnu DR¹, potom nájdite jej všeobecné riešenie technikou variácie konštanty².

1. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$
2. $y' + \frac{1}{x+1}y = \sin x$
3. $y' + \frac{y}{x} = 1 + 2 \ln x$
4. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$
5. $y' + xy = x$

Diagnostikujte zadanú DR. Ak sa jedná o lineárnu DR, potom nájdite jej riešenie, ktoré vyhovuje pripojenej Cauchyho podmienke³.

6. $y' + 3y = x, \quad y(0) = 3$
7. $y' + x^2y = x^2, \quad y(0) = 0$
8. $y' + y = 2e^x, \quad y(0) = 0$
9. $y' - \frac{\cos x}{\sin x}y = e^x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + 1$
10. $y' + \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1, \quad y(e) = e + 1$

¹Lineárnu DR poznáme podľa toho, že sa dá upraviť do tvaru $y' + p(x)y = q(x)$.

²Variácia konštanty je pomerne zdĺhavý proces, na ktorého konci je riešenie v tvare $y = \left[\int q(x)e^{\int p(x)dx} dx + D \right] e^{-\int p(x)dx}$.

³Cauchyho podmienka (alebo tzv. počiatočná podmienka) má tvar $y(x_0) = y_0$ a využívame ju na určenie integračnej konštanty