

Domáca úloha č.12

Homogénna diferenciálna rovnica 1. stupňa

Diagnostikujte zadanú DR. Ak sa jedná o Homogénnu DR 1. st¹, potom nájdite jej všeobecné riešenie².

1. $y^2 - xy - x^2y' = 0$

2. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$

3. $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

4. $y' = \frac{x + y}{x - y}$

5. $xy' - y = \sqrt{y^2 - x^2}$

Bernoulliho diferenciálna rovnica

Diagnostikujte zadanú DR. Ak sa jedná o Bernoulliho DR³, potom nájdite jej všeobecné riešenie⁴.

6. $y' + \frac{y}{x} - y^2 \ln x = 0, x > 0$

7. $xy' + y = y^2 \ln x, x > 0$

8. $y' + \frac{2}{x}y = \frac{2 \sin x}{x} \sqrt{y}$

9. $y' + xy = xy^3$

10. $y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{2y}$

¹Homogénnu DR 1.st poznáme podľa toho, že sa dá upraviť do tvaru $y' = f(\frac{y}{x})$.

²V prvom kroku urobíme substitúciu $y(x) = xu(x)$ a deriváciu nahradíme za $y' = u + xu'$. To HDR pretransformuje na SDR. V druhom kroku nájdeme riešenie SDR. V treťom kroku resubstitúciou $y = xu$ nájdeme všeobecné riešenie HDR.

³Bernoulliho DR poznáme podľa toho, že sa dá upraviť do tvaru $y' + p(x)y = q(x)y^n$.

⁴V prvom kroku urobíme substitúciu $u = y^{1-n}$. To BDR pretransformuje na LDR, ktorú v druhom kroku vyriešime. V treťom kroku resubstitúciou $y = u^{\frac{1}{1-n}}$ nájdeme všeobecné riešenie BDR.